

# 知经 KNOWECON 作业和模拟测试

## 北大金融硕士考研微观经济学、概率统计与考研数学

### 批改分析报告

数据截至 2026 年 8 月 30 日

#### 摘要

本报告分析 2026 年 1 月至 8 月 30 日期间，知经作业和模拟测试中提交量最大的三门学科——微观经济学、概率统计与考研数学——的批改结果。三门学科至今已经组织 38 场作业与模拟测试，累计回收学生答卷 1032 份，覆盖 103 名学生，其中 1029 份已完成批改并回传个性化反馈报告。

统计分析基于其中可解析总分的 1018 份答卷，并剔除得分率低于 40% 的极端低分卷 23 份，分析样本为 995 份。三门学科的平均得分率为 87.4%，中位数 90.7%，四分之一至四分之三分位区间为 82.7% 至 95.5%；各学科之间的均值差距不足三个百分点，真正的差异存在于同一学科内部的不同章节之间。

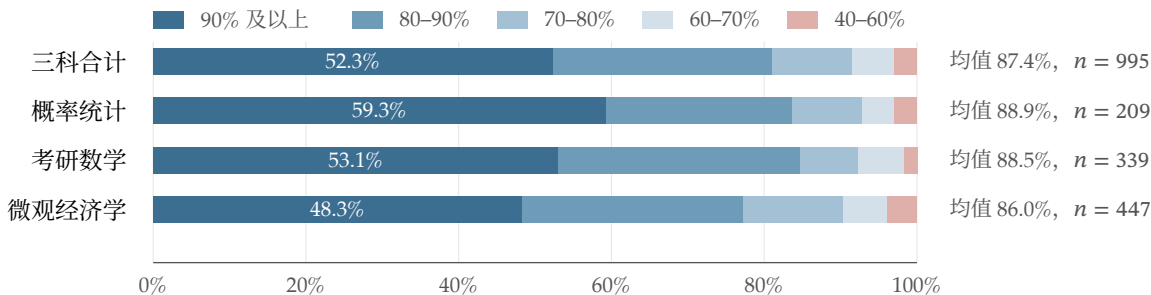


图1 三门学科分析样本的得分率构成。深色为 90% 及以上一档，右侧标注该学科的平均得分率与样本量。三条分布形态一致：高分档占据多数，其余各档逐级递减。

逐题失分记录显示，失分高度集中于少数可改进的环节，而非普遍性的知识缺口：微观经济学的首要问题是经济解释缺失，记录条数接近第二位问题的三倍；概率统计集中于矩与方差的计算口径和证明的完整性；考研数学则集中于中值定理类证明与积分技巧，并在积分学章节出现全学科唯一一处连续下滑。三门学科之间的学生表现高度一致，两两相关系数均在 0.75 以上，偏科并非普遍现象。

据此，本报告对每一类问题给出可执行的复习与教学建议，并在附录中按学科列出强化训练清单。由于各门课程的测试仍在进行中，本报告反映的是阶段性状况而非完整学年的结论。

**关键词：**微观经济学；概率统计；考研数学；批改分析；得分率分布；失分主题；复习建议

## 1 总体概览

### 1.1 测试与批改规模

2026 年 1 月至 8 月 30 日，微观经济学、概率统计与考研数学三门学科至今已经组织 38 场作业与模拟测试，累计回收学生答卷 1032 份。截至数据截止时点，其中 1029 份已完成批改、生成个性化反馈报告并回传至学生账户；剩余 3 份中，1 份正在批改流程之中，另外 2 份因学生申请重新提交而被主动置回待批改状态。

三门学科的提交量差异明显。微观经济学的答卷量最大，达到 461 份，接近三科总量的一半；考研数学次之，为 357 份；概率统计 214 份。这一差异既反映课程规模，也反映测试频次的不同：考研数学的卷次最多，但单场参与人数少于微观经济学；微观经济学则以较高的单场参与率累积出最大的批改体量。

### 1.2 数据口径

规模数字以平台记录为准。分数分布、场次走势和失分主题的统计，基于逐题批改记录中可解析总分的 1018 份答卷。两者之间的少量差额来自早期若干份答卷的报告未采用统一的总分字段格式，这些答卷的分数已正常回传学生，只是不进入本报告的分布统计。

统计分析剔除了得分率低于 40% 的极端低分答卷，三门学科合计 23 份，分析样本为 995 份。这些答卷绝大多数并非能力问题，而是提交环节的失误：上传了空白模板、上传了尚未作答的题目文件，或上传了与本场考试无关的其他文件。把它们计入均值与标准差，会让统计量反映扫描与上传事故而非学习状况。它们仍然计入答卷总数，只是不参与分布分析。第 2.3 节单独说明这部分答卷。

报告中所有比例均以得分率表示，即实得分数与该卷满分之比。三门学科的模拟测试满分均为 150 分，因此 40% 的下限对应 60 分。涉及分位数时，P25 表示有四分之一的答卷低于该值，P75 表示有四分之一的答卷高于该值。

需要说明的是，本报告只覆盖上述三门学科。其余课程或因测试轮次尚少、或因样本量不足以支撑稳定的统计判断，暂不纳入分析。

### 1.3 分学科得分率概览

三门学科的平均得分率集中在 86% 至 89% 的区间内，彼此差距不足三个百分点。概率统计最高，为 88.9%；考研数学 88.5%；微观经济学最低，为 86.0%；三科合计为 87.4%。学科之间的这点差距远小于同一学科内部不同场次之间的差距，因此不宜据此判断哪门课程更难。真正需要关注的差异存在于各学科内部的章节之间，第三至第五节将逐科展开。

## 2 总体表现与分布特征

### 2.1 集中趋势与离散程度

表 1 给出三门学科的核心统计量。均值与中位数之间的差距有助于判断分布形态：三门学科的中位数都高于均值，微观经济学相差 3.3 个百分点，概率统计相差 3.6 个百分点，考研数学相差 1.8 个百分点。这说明分布整体左偏，即多数学生集中在较高的分数区间，而少量中低分答卷把均值向下拉动。因此，用中位数判断“典型学生”的水平比用均值更准确。

表 1 三门学科的批改统计（得分率口径，已剔除得分率低于 40% 的答卷）

| 学科    | 答卷数  | 分析样本 | 卷次 | 均值    | 中位数   | 标准差   | 四分位区间       |
|-------|------|------|----|-------|-------|-------|-------------|
| 概率统计  | 213  | 209  | 9  | 88.9% | 92.5% | 11.2% | 85.0%–96.7% |
| 考研数学  | 348  | 339  | 17 | 88.5% | 90.3% | 9.9%  | 84.3%–96.0% |
| 微观经济学 | 457  | 447  | 13 | 86.0% | 89.3% | 11.8% | 80.7%–94.3% |
| 三科合计  | 1018 | 995  | 38 | 87.4% | 90.7% | 11.1% | 82.7%–95.5% |

标准差反映的是学生之间的分化程度。三门学科的标准差落在 9.9% 至 11.8% 之间，考研数学最小，微观经济学最大。以 150 分满分折算，一个标准差约相当于 15 至 18 分。这一离散度在剔除极端低分卷后仍然存在，说明分化来自真实的掌握程度差异，而不只是个别事故卷造成的假象。

分析样本涉及 102 名学生，各科分别为 84、80 和 53 人。多数学生同时修读两门以上课程，各学科的学生群体高度重叠。因此，后文识别出的跨学科共性问题，往往出现在同一批学生身上；第 7.1 节给出这一重叠的

定量证据。

## 2.2 得分率分档分布

把分析样本按得分率分成五档，可以看到三门学科的结构差异（表 2）。概率统计有 59.3% 的答卷进入 90% 以上区间，是三科中高分密度最高的；考研数学为 53.1%；微观经济学为 48.3%。

表 2 分析样本的得分率分档答卷数（括号内为占该学科分析样本的百分比）

| 得分率区间   | 微观经济学       | 概率统计        | 考研数学        | 三科合计        |
|---------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 90% 及以上 | 216 (48.3%) | 124 (59.3%) | 180 (53.1%) | 520 (52.3%) |
| 80%–90% | 129 (28.9%) | 51 (24.4%)  | 107 (31.6%) | 287 (28.8%) |
| 70%–80% | 59 (13.2%)  | 19 (9.1%)   | 26 (7.7%)   | 104 (10.5%) |
| 60%–70% | 26 (5.8%)   | 9 (4.3%)    | 20 (5.9%)   | 55 (5.5%)   |
| 40%–60% | 17 (3.8%)   | 6 (2.9%)    | 6 (1.8%)    | 29 (2.9%)   |

三门学科呈现同一种分布形态：高分堆积，众数落在 90% 以上区间，合计 52.3% 的答卷进入该区间；随后各档人数逐级递减。这一形态说明多数学生已经能把大部分题目做对，问题集中在少数难点上，而不是普遍性的不熟练。

三科之间的差异主要出现在中间两档。微观经济学在 70%–80% 区间的占比为 13.2%，明显高于概率统计的 9.1% 和考研数学的 7.7%。结合后文的失分主题分析，这一档的微观经济学答卷大多计算无误，失分来自解释与论证部分，属于可以通过调整答题习惯而非补充知识来改善的类型。

## 2.3 被剔除的极端低分答卷

三门学科共有 23 份答卷的得分率低于 40%，其中微观经济学 10 份、考研数学 9 份、概率统计 4 份。这些答卷中有 18 份的得分率不超过 5%，接近完全空白。

逐份复核后确认，绝大多数并非能力问题，而是提交环节的问题：上传了空白模板、上传了尚未作答的题目文件，或上传了与本场考试无关的其他文件。把这类答卷计入分布统计，会明显拉低均值并放大标准差，掩盖真实的学习状况，因此本报告将其排除在分析样本之外，但仍计入答卷总数。

**提交环节提示。**上传前请确认三件事：一是文件确为本场考试的答卷而非题目文件或空白模板；二是文件包含全部已作答页面，特别是扫描或拍照时容易遗漏的最后一页；三是页面方向正确、字迹可辨。批改以平台上的当前提交文件为准，一份误传的文件会直接体现为极低的分数。

## 2.4 如何理解自己的位置

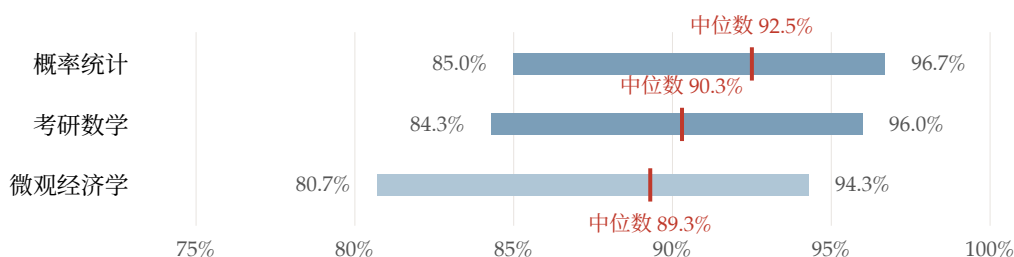


图 2 四分位区间的读法示例。色块覆盖该学科中间一半学生所处的得分率范围，两端数值为 P25 与 P75，竖线为中位数。落在色块左端以下，说明该次表现处于本学科后四分之一。

判断一次测试的表现，不应只看绝对分数，而应看它落在本学科分布中的哪个位置。以考研数学为例，中间一半学生的得分率落在 84.3% 至 96.0% 之间；一份得分率 83% 的答卷虽然绝对分数不低，但已经处于该学科的后四分之一。同一个 83% 放到微观经济学，则落在中间半数之内。三门学科的分位区间并不相同，应各自对照本学科的数据。

由于分布左偏且高分密集，得分率上的微小差距对应的位次差距可能很大。在考研数学中，从 90% 提高到 96% 意味着从中位数移动到前四分之一；而从 70% 提高到 76%，位次上的变化要小得多。处在高分段的学生，若要继续提升，需要针对的是少数几个具体的失分习惯，而不是整体的熟练程度。

### 3 微观经济学

#### 3.1 总体表现

微观经济学至今已经组织 13 场作业与模拟测试，84 名学生累计提交并完成批改 457 份答卷，是本期批改量最大的学科。剔除 10 份极端低分卷后，分析样本为 447 份：平均得分率 86.0%，中位数 89.3%，中间一半学生落在 80.7% 至 94.3% 之间。48.3% 的答卷达到 90% 以上，说明多数学生已经掌握了课程的主体内容。

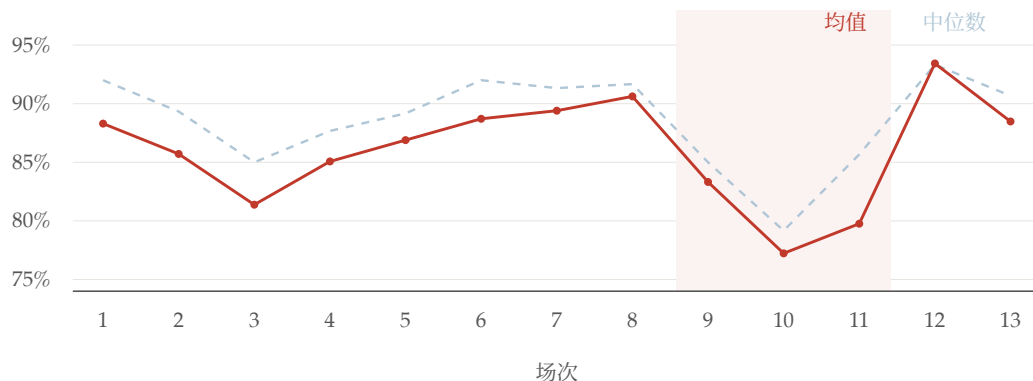


图3 微观经济学各场次的均值与中位数走势（分析样本）。浅底标出第9至11场的连续低谷，这三章的共同特点是论证密度高于计算密度。

场次走势呈现一个清晰的规律：偏重论证与政策分析的章节表现下滑。第9场（福利经济学与外部性）降至83.3%，第10场（外部性与公共物品）进一步降至77.2%，第11场（市场失灵）为79.8%，这三场构成本学科唯一的连续低谷；作为对照，第8场（一般均衡）为90.6%，第12场（全课程期末综合）为93.4%。第10场同时出现13.7%的标准差、第11场出现18.1%，均高于本学科其余场次，说明学生在外部性与市场失灵部分的掌握程度差异明显扩大。

另一个值得说明的现象是，若把极端低分卷计入，第7场与第12场的标准差会分别跳到24.3%和27.1%，看上去像是班级出现了严重两极分化。剔除后这两场的标准差分别只有9.1%和3.7%，是本学科最整齐的两场。这说明所谓的两极分化完全由个别提交事故造成，并非真实的能力分布。这也是本报告在分析中排除极端低分卷的原因。

#### 3.2 学生的具体困难

把微观经济学的3155条逐题失分记录按主题归类后，失分原因高度集中。

##### 3.2.1 经济解释缺失是首要问题

在全部失分记录中，涉及“未给出经济解释”“解释不完整”“只有计算没有含义说明”的条目达到454条，是第二位问题的近三倍。这是微观经济学本期最突出、也最容易改进的失分来源。

典型情形是：学生把拉格朗日函数写对、一阶条件解对、最优解算对，但题目要求说明该结果的经济含义时，或者完全跳过，或者只重复一遍数学结论。例如求出最优消费束后，题目要求解释边际替代率等于价格比的含义，学生答“因为 $MRS = p_1/p_2$ ”，这只是把公式换成文字，没有说明它意味着消费者在市场交换比率下已无法通过重新配置提高效用。按评分尺度，这类作答只能得到计算部分的分数，解释性采分点不加分。

解释缺失会直接影响得分。在多数解答题中，解释与论证占该题分值的四分之一到三分之一。一份计算全对但解释全缺的答卷，得分率通常停在70%上下。

##### 3.2.2 福利分析的论证链条不完整

涉及福利、帕累托效率、消费者剩余与无谓损失的失分记录共155条，集中出现在第9至第11场。常见问题有三类。

第一类是只算出福利变化的数值，不说明变化的来源。例如计算垄断相对于完全竞争的无谓损失后，未指出该损失对应哪些本可实现却未实现的交易。

第二类是政策比较不完整。多份答卷在被要求比较价格管制、数量管制与征税三种政策时，只完整分析其中一种，对其余政策仅给出结论而无推导。自然垄断规制的题目上，这一问题反复出现：学生能写出边际成本定价会导致亏损，却不进一步讨论平均成本定价、两部定价或补贴方案的取舍。

第三类是把效率判断与分配判断混为一谈。帕累托改进是效率概念，与“谁受益、谁受损”的分配评价是两个层次。答卷中经常出现“这一政策使 A 受益、B 受损，所以不是帕累托最优”的推断，这一推断的前提并不成立。

### 3.2.3 约束条件与角点解的处理

与预算约束、拉格朗日方法、KKT 条件和角点解相关的失分记录 116 条。学生普遍能够熟练处理内点解，但在下列情形中失分集中：

- **未验证角点。**对完全替代型效用、拟线性效用或存在配额限制的问题，直接套用内点一阶条件，未讨论解是否落在边界上。
- **折点处缺少判据。**当效用函数在某点不可微（如列昂惕夫型或分段线性预算集的折点），学生直接令导数为零，未使用左右边际替代率的夹逼判断最优点是否落在折点。这类扣分在本期多次出现。
- **混同边际替代率与配额的影子价值。**在存在数量配额的问题中，学生常把边际替代率直接当作额外一单位配额的价值。二者只有在特定条件下才相等；在配额约束紧的情形下，额外配额的价值应由约束的拉格朗日乘子给出。

### 3.2.4 比较静态的方向判断

涉及比较静态与符号判断的失分记录 103 条。学生能够求出稳态或均衡解的表达式，但被要求判断某参数上升时均衡量如何变动时，处理方式往往是代入两组具体数字比较大小，而非对表达式求偏导并判断符号。数值代入只能说明特定参数取值下的方向，不构成一般性结论。当题目明确要求“说明变动方向并给出依据”时，数值代入不能得到全部分数。

另一类相关问题是符号判断依赖了未经说明的参数限制。例如结论“需求上升”实际只在需求弹性大于 1 时成立，答卷未指出这一前提。

### 3.2.5 博弈均衡求解的完整性

博弈论相关失分记录 95 条，集中在第 5 场和第 7 场。学生通常能够求出纳什均衡，但求解过程不完整：

- 只报告纯策略均衡，未检验是否存在混合策略均衡，而题目要求给出全部均衡；
- 使用严格劣势策略迭代剔除时，未逐轮说明剔除依据，直接给出最终结果；
- 动态博弈中直接写出结果而未做逆向归纳的分步推导，或未说明所得均衡为何是子博弈完美的；
- 混合策略均衡中，只解出对手的无差异条件，未验证所得概率确实落在  $[0, 1]$  内。

### 3.2.6 弹性与二阶条件

弹性与斜率口径混淆的记录 30 条，主要是把需求曲线的斜率直接当作弹性，或在计算点弹性时用错分母。二阶条件与最优性验证的记录 34 条，多为在利润最大化或成本最小化问题中省略二阶条件的检验。后者在多数题目中不影响最终答案，但在题目明确要求论证最优性、或目标函数并非全局凹的情形下会造成扣分。

## 3.3 失分主题分布

表 3 微观经济学失分主题分布（共 3155 条逐题失分记录）

| 失分主题       | 记录条数 | 集中出现的场次    |
|------------|------|------------|
| 经济解释缺失或不完整 | 454  | 各场次普遍      |
| 福利与效率论证不完整 | 155  | 第 9–11 场   |
| 预算约束与角点解处理 | 116  | 第 1、2、13 场 |
| 比较静态与符号判断  | 103  | 第 3、4、8 场  |
| 博弈均衡求解不完整  | 95   | 第 5、7 场    |
| 二阶条件与最优性验证 | 34   | 第 3、4 场    |
| 弹性与斜率口径混淆  | 30   | 第 2、3 场    |
| 外部性与公共品    | 13   | 第 10、11 场  |

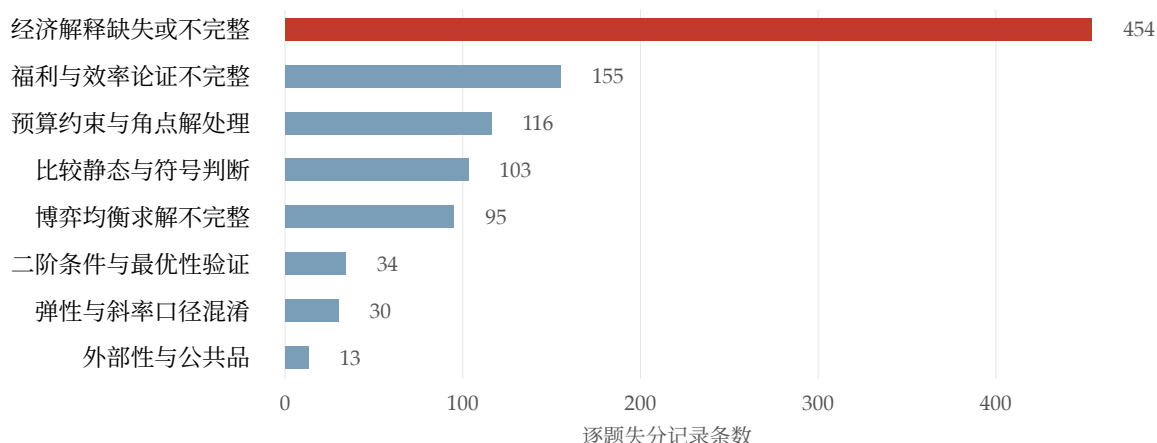


图4 微观经济学各失分主题的记录条数。首位的“经济解释缺失”以强调色标出，其条数接近第二位的三倍。

表格与图形共同表明，微观经济学的失分在各知识点之间分布不均，主要集中于“表达与论证”。前两项合计609条，占全部可归类记录的一半以上，而且都不涉及新的数学工具。

### 3.4 一个典型的失分路径

以典型的消费者最优选择题为例，完整的作答应包含六个环节：写出效用函数与预算约束；判断解的类型（内点或角点）；列出一阶条件；求解最优消费束；验证最优性；解释结果的经济含义。本期数据显示，学生在第一、三、四个环节上完成度很高，失分集中在第二、五、六个环节。一份典型的中等答卷往往只完成了中间三步。补上其余三个环节不需要学习新内容，却能在多数解答题上回收四分之一到三分之一的分值。

### 3.5 对微观经济学学习的建议

1. 把“解释”当作独立的答题步骤来训练。每完成一道解答题的计算，用两到三句话写出结果的经济含义：这个条件在说什么、它为什么成立、参数变化时它如何移动。平时练习时应固定完成这一步，不要留到考场上临时组织语言。本期数据显示，解释缺失是本学科最突出的失分来源。
2. 建立角点解的检查习惯。拿到最优化问题先判断三件事：效用或生产函数在定义域内是否处处可微；预算集是否存在折点；是否存在非负约束或配额约束可能取紧。三者中任意一项成立，就必须讨论边界情形。
3. 比较静态应通过求导判断。把均衡解写成参数的显函数，对目标参数求偏导，再逐项判断符号并写明所依赖的参数假设，避免用数值代入代替一般性判断。
4. 福利分析按固定模板展开。先确定基准配置，再计算政策后配置，然后分别给出消费者剩余、生产者剩余与政府收入的变化，最后汇总为总福利变化并指出无谓损失对应的未实现交易。政策比较题要求几种政策各走一遍这个模板。
5. 完整写出博弈题的求解过程。明确策略空间、逐轮记录剔除依据、说明均衡类型，并检验混合策略概率的取值范围。第7场（博弈论专题）的均值为89.4%，整体完成良好，失分集中在过程书写而非结论，因此这一项的收益主要体现在把已经想清楚的推理完整写出来。
6. 重点复盘第9至第11场。福利经济学、外部性、公共物品与市场失灵是本期得分率最低的连续区段。这几章的共同特点是论证密度高于计算密度，需要专门的答题训练而非题量堆积。

## 4 概率统计

### 4.1 总体表现

概率统计至今已经组织9场作业与模拟测试，53名学生完成213份答卷。剔除4份极端低分卷后，分析样本为209份：平均得分率88.9%，中位数92.5%，均为三门学科中最高。中间一半学生落在85.0%至96.7%之间，59.3%的答卷达到90%以上。

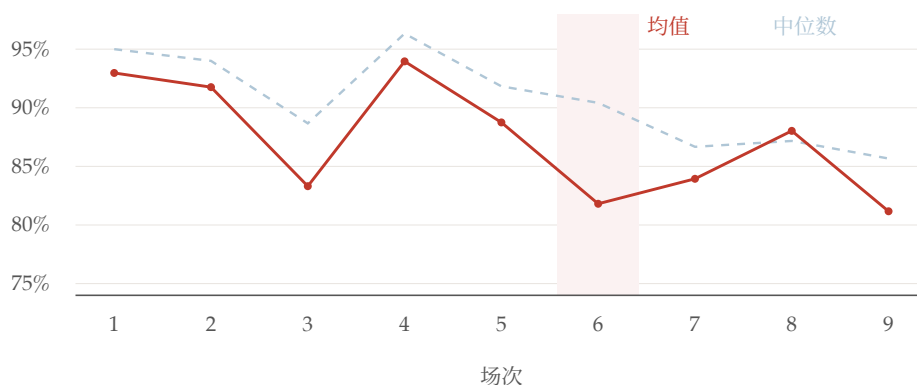


图5 概率统计各场次的均值与中位数走势（分析样本）。第3场与第6场为综合卷，均值均明显低于相邻的单章卷；浅底标出落差最大的第6场。

单章测试与综合测试之间存在稳定落差。第1、2场为单章内容，均值分别为93.0%和91.8%；第3场把这两章合并考查，均值立即降到83.3%。同样的模式在第5场与第6场之间重现：单章88.8%，综合81.8%。第6场的标准差为17.4%，是本学科最高，中位数却有90.4%，说明多数学生完成得不错，少数学生在多维随机变量的综合应用上遇到了系统性困难。

这一落差说明，学生对单个知识点的掌握优于对知识点之间联系的掌握。综合卷要求在一道题内完成分布识别、边际化、条件化和矩计算的串联，任何一环出错都会沿着推导链条传导下去。

## 4.2 学生的具体困难

概率统计的1124条逐题失分记录中，主题分布如下。

### 4.2.1 矩与方差计算的末步错误

涉及期望、方差、协方差和高阶矩计算的记录123条，居首位。这些错误多数发生在推导完成后的最后一步，而非概念判断环节。逐题批改记录中反复出现“方差末步算术错误”“方差最终值错误”一类记录：学生正确写出  $\text{Var}(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$ ，正确算出两个矩，却在代入相减时出错。

另一类高频错误是遗漏协方差项。计算  $\text{Var}(X + Y)$  时直接写成  $\text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$ ，而题目并未给出独立性条件。在多维随机变量的章节中，这一错误的出现频率明显上升。

### 4.2.2 证明与推导的完整性

涉及证明步骤完整性的记录110条。概率统计的证明题有其固定结构，学生的失分往往集中在结构的首尾两端：

- **支撑集论证不完整。**求分布函数或密度函数时，只在主区间上给出表达式，未说明其余区间取值为零，也未验证密度在全空间上的积分为1。逐题批改记录中“支撑集论证不完整”是重复出现的扣分项。
- **推导中途跳步。**从联合密度到边际密度的积分过程中，直接写出结果而不给出积分限的确定依据。当积分区域非矩形时，积分限的确定本身就是采分点。
- **结论未回到题目。**证明某统计量服从特定分布后，未明确写出参数取值，或未回答题目最初提出的问题。

### 4.2.3 边际、联合与条件分布的口径

相关记录102条。这是多维随机变量章节最集中的困难。具体表现为：把联合密度当作边际密度直接使用；计算条件期望时选错积分变量；在离散与连续混合的情形中混用求和与积分。

一个反复出现的具体情形是贝叶斯类问题：题目要求以后验赔率（posterior odds）形式给出结论，学生只算出后验概率的数值而未写成赔率形式，因此丢失这一处的分数。逐题批改记录中“缺后验赔率形式”出现8次，属于典型的“会做但没按要求作答”。

### 4.2.4 分布识别与参数设定

相关记录75条。主要问题是识别出分布族但参数写错，例如把二项分布的参数  $n$  与  $p$  位置写反，或在泊松近似中未说明近似成立的条件。另有若干答卷未能从题目的语言描述中识别出标准分布，转而从头构造概率，导致推导冗长且中途出错。

#### 4.2.5 独立性判断

相关记录 45 条。核心问题是把“不相关”当作“独立”。协方差为零只在联合正态等特定情形下等价于独立，一般情况下不等价。另有答卷在验证独立性时只检验了若干特定取值点，未对全部支撑集验证联合密度等于边际密度之积。

#### 4.2.6 积分区域与变量变换

相关记录 27 条。二维积分中积分限画错或写反是主要形式，尤其在支撑集为三角形、圆域或由不等式隐含定义时。变量变换问题中，雅可比行列式漏乘或取错绝对值也有出现。

#### 4.2.7 极限定理章节的表现

第 8 场（大数定律与中心极限定理）的均值 88.0%、标准差仅 6.9%，是概率统计本期最整齐的一场。涉及收敛类型区分和连续性修正的失分记录各仅 3 条，说明学生对这部分内容掌握较好。批改中确实出现了非标准但等价的正确写法，例如在处理有限相依序列时用  $\text{Var}(S_n) = n\sigma^2 + O(n)$  概括协方差总量，这类写法经复核后按等价正确处理并给予满分。

### 4.3 失分主题的分布

表 4 概率统计失分主题分布（共 1124 条逐题失分记录）

| 失分主题       | 记录条数 | 集中出现的场次   |
|------------|------|-----------|
| 矩与方差计算     | 123  | 各场次普遍     |
| 证明步骤完整性    | 110  | 第 3、6、9 场 |
| 边际、联合与条件口径 | 102  | 第 5、6 场   |
| 分布识别与参数设定  | 75   | 第 2、4 场   |
| 独立性判断      | 45   | 第 5、6 场   |
| 积分区域与变量变换  | 27   | 第 5、6 场   |
| 收敛类型区分     | 3    | 第 8 场     |
| 连续性修正与标准化  | 3    | 第 8 场     |

与微观经济学不同，概率统计的失分分布更均匀，且前三项分别对应三种不同性质的问题：矩与方差计算是执行准确性问题，证明完整性是表达规范问题，边际与条件口径则是概念理解问题。三者需要不同的训练方式，不能用同一种“多做题”的方式统一处理。

### 4.4 单章与综合的落差如何产生

单章测试中，题目已经告知了知识点的范围，学生只需在一个已知的工具集内选择。综合测试中，学生必须先完成识别：这是一个什么结构的问题，应当调用哪一类方法。本期数据中 7 至 9 个百分点的落差，主要就产生在这一识别环节。

具体表现为：题目给出一个实际情境而非直接给出分布时，学生不能从描述中识别出标准分布，转而从头构造概率，推导冗长且中途出错；或者题目需要依次使用边际化、条件化和矩计算时，学生完成了其中两步却在第三步上用错了前一步的结果。

### 4.5 对概率统计学习的建议

1. **把综合卷作为独立的训练对象。**单章成绩不能预测综合卷成绩，两者相差 7 至 9 个百分点。建议在每两章结束后，专门做一次跨章节的串联练习，重点是分布识别、边际化、条件化与矩计算的连贯执行。
2. **对末步计算建立复核习惯。**方差类计算完成后，用一个特例或量纲检查结果的合理性：方差必须非负，概率必须落在  $[0, 1]$ ，密度在全空间的积分必须为 1。本期数据显示，这类低成本检查可以消除相当一部分失分。
3. **方差可加性必须先验证独立。**凡是要用  $\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$ ，先在草稿上写出“因为  $X$  与  $Y$  独立”或写出协方差项，不要省略这一判断。
4. **答题格式对齐题目要求。**题目要求赔率形式就写赔率，要求区间就写区间，要求判断收敛类型就明确写出是依概率收敛还是依分布收敛。会做但格式不符是本学科可以立即消除的失分来源。
5. **二维积分先画图。**确定积分限之前先把支撑集画出来，标明边界方程，再决定积分次序。这一步花费不到一

分钟，但可以避免积分限类错误。

6. **证明题写全首尾。**开头明确支撑集，中间给出积分限依据，结尾回到题目所问并写清参数。这三处正是当前失分最集中的位置。

## 5 考研数学

### 5.1 总体表现

考研数学至今已经组织 12 次作业与模拟测试，部分场次按数学二与数学三分卷命题，实际形成 17 个独立卷次。80 名学生完成 348 份答卷。剔除 9 份极端低分卷后，分析样本为 339 份：平均得分率 88.5%，中位数 90.3%，中间一半学生落在 84.3% 至 96.0% 之间。

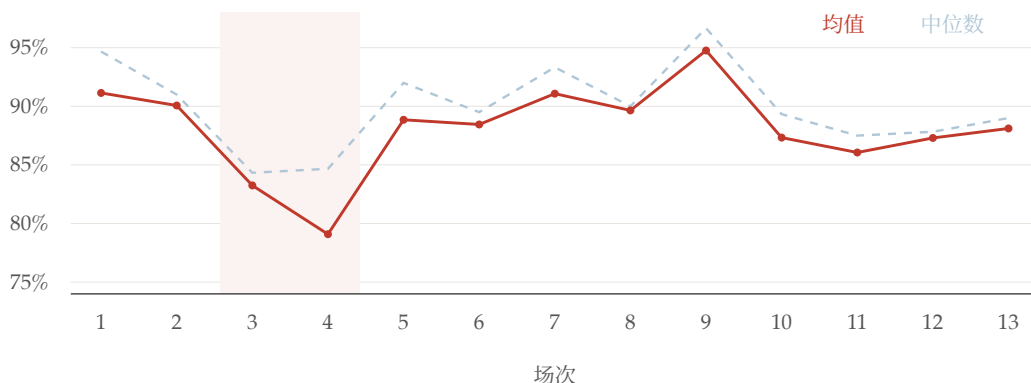


图 6 考研数学各场次的均值与中位数走势（分析样本，分卷场次已合并）。浅底标出第 3、4 场的积分学断层，也是本学科唯一一处连续下滑。

本期最明显的断层出现在第 2 场与第 3 场之间。微分学两场的均值分别为 91.1% 和 90.1%，标准差不足 9%；进入积分学后，第 3 场均值降至 83.3%、标准差升至 12.0%，第 4 场进一步降至 79.1%、标准差 14.8%。这 7 至 11 个百分点的落差是考研数学期最大的连续下滑，且伴随离散度扩大，说明学生进入积分学后出现了明确分化。第 4 场的中位数为 84.7%，比均值高 5.6 个百分点，是本学科均值与中位数差距最大的一场，意味着低分侧的尾部更长。

线性代数部分（第 9 至 12 场）的表现稳定。第 9 场（行列式与矩阵）均值 94.8%、标准差 4.8%，是本学科表现最好也最整齐的一场；随后三场均值维持在 86% 至 88%，标准差在 7% 至 10% 之间。均值的小幅回落与内容难度上升一致，离散度并未扩大，说明线性代数的学习曲线较为顺畅。

数学二各场次的样本量都很小（4 份及以下），其统计量容易受单份答卷影响，不宜据此判断整体水平。剔除极端低分卷前，第 8 场数学二的均值仅 65.8%、标准差 38.1%，剔除后为 87.8% 与 2.3%，可见小样本下单份事故卷的影响之大。

### 5.2 学生的具体困难

考研数学的 2252 条逐题失分记录中，主题分布如下。

#### 5.2.1 中值定理与证明题

相关记录 217 条，是考研数学期最大的困难。学生对计算题的掌握明显好于证明题。具体问题包括：

- **辅助函数构造不出来。**罗尔定理与拉格朗日中值定理的应用，关键在于把待证等式改写成某个函数在端点取相同值的形式。学生往往能背出定理条件，却无法完成这一步逆向构造。
- **证明链未闭合。**逐题批改记录中“证明链未闭合”多次出现，指的是学生写出了若干正确的中间结论，但这些结论之间缺少推导关系，或最后一步没有回到待证命题。阅卷时这类答卷只能按已建立的中间步骤给部分分。
- **定理条件未逐条核对。**使用中值定理前未说明函数在闭区间连续、开区间可导；使用积分中值定理前未说明被积函数连续。这些条件的陈述本身是采分点。
- **分支讨论不完整。**逐题批改记录中“分支说明扣分”“分支说明不足”“分支说明不明确”合计出现 20 余次。涉及绝对值、参数符号、根的个数分类时，学生常常只讨论其中一种情形，或讨论了多种情形却未说明分类依据是否穷尽。

### 5.2.2 计算准确性

相关记录 100 条，具体形式包括符号错误、化简出错、代入端点时算错，以及誊写过程中把中间结果抄错。在一元函数积分学的两场测试中，这类错误的出现频率最高，与该章节较长的推导链条直接相关。

考研数学的评分对依赖错误采取不续给的处理：如果某一步算错，后续步骤即便逻辑正确，凡依赖该错误结果的部分不再给分。因此一处计算错误在长题中可能导致该题大部分分值丢失。逐题批改记录中“依赖错误”“部分得分与依赖错误”的记录反映的正是这一情形。

### 5.2.3 积分技巧与积分区域

相关记录 74 条。一元积分部分的问题主要是换元后未同步替换积分限、分部积分选择不当导致越算越复杂、以及有理函数分解时漏项。二重积分部分的问题主要是积分区域判断错误和积分次序选择不当，“闭区域候选来源”一类记录说明学生在确定最值候选点时遗漏了边界情形。

### 5.2.4 极限与等价无穷小

相关记录 63 条。主要问题是等价无穷小替换的适用范围：在加减法中直接替换，或在替换后遗漏了高阶项，导致结果与正确答案相差一个常数。另有答卷反复使用洛必达法则而未检验每次使用前是否仍为未定式。

斜渐近线的常数项算错也在记录中多次出现，原因是求出斜率后计算截距时的极限处理不当。

### 5.2.5 答题书写与等价表达

涉及步骤书写规范的记录 46 条。填空题按最终空格内容判定，中间过程正确但最终填写错误不给分，这一规则在逐题批改记录中被多次援引。另一方面，批改对等价写法采取宽容口径：逐题批改记录中“等价记号”“等价写法”“等价填空”“最大值表达式接受为等价形式”“等价证明给满分”等记录合计超过 30 条，说明只要数学内容正确，表达形式的差异不影响得分。

### 5.2.6 线性代数

相关记录 34 条，占比明显低于高等数学部分，与线性代数场次得分率更高、更稳定的结论一致。少数失分集中在向量组线性相关性的论证、特征值重数与特征向量个数的关系、以及二次型正定判别条件的完整陈述。

## 5.3 失分主题的分布

表 5 考研数学失分主题分布（共 2252 条逐题失分记录）

| 失分主题      | 记录条数 | 集中出现的场次   |
|-----------|------|-----------|
| 中值定理与证明题  | 217  | 第 1–4 场   |
| 计算准确性     | 100  | 第 3、4 场   |
| 积分技巧与积分区域 | 74   | 第 3、4、6 场 |
| 极限与等价无穷小  | 63   | 第 1、2 场   |
| 步骤书写规范    | 46   | 各场次普遍     |
| 线性代数结构    | 34   | 第 9–12 场  |
| 级数收敛判别    | 4    | 第 7 场     |
| 微分方程求解    | 3    | 第 8 场     |

中值定理与证明题以 217 条居首，是四个主干学科中单一主题集中度最高的一项。这一分布与得分率数据互相印证：微分学两场以计算为主，得分率超过 90%；一旦进入需要构造辅助函数、建立推导链条的题型，得分率立即下降。

## 5.4 积分学断层的成因

第 3、4 场的下滑由至少三个因素叠加造成。

其一，推导链条变长。微分学题目通常三到四步得出结果，积分学题目则常常需要换元、化简、分部、回代四个阶段。在依赖错误不续给的规则下，链条长度直接放大了单次失误的代价。

其二，方法选择的不确定性上升。求导有固定的法则可循，求积分则需要判断采用哪一种技巧。学生在方法选择上的犹豫，常常表现为选了一条可行但冗长的路径，进而在冗长计算中出错。

其三，分支讨论的需求增加。定积分的区间拆分、含绝对值被积函数、反常积分的收敛性判别，都要求学

生主动引入分类，而这正是本期反复出现的失分点。

## 5.5 对考研数学学习的建议

1. **把一元积分学作为重点补强对象。**第3、4场的表现是本学科的最低点，且分化最严重。建议围绕换元、分部、有理函数分解和定积分性质做专项训练，训练时强制写出每一步的换元关系和积分限变化。
2. **证明题分两步训练。**第一步只练辅助函数的构造，不要求写完整证明：拿到待证等式，写出应该对哪个函数用哪个定理。第二步再练完整书写，重点是把中间结论用推导关系连接起来，并在结尾明确回到待证命题。中值定理是本学科第一大失分点，值得投入专门时间。
3. **建立分支讨论的清单。**凡遇到绝对值、参数符号未定、根的个数依赖参数、分段函数、区间端点这五类情形，一律先列出全部分支并说明分类依据穷尽，再逐支求解。
4. **针对依赖错误的规则安排复核。**长题算完后，回头验算最容易出错的一两步，特别是符号和代入端点。由于后续步骤不再续给分，前段的一处错误代价远高于末段。
5. **等价无穷小替换限定在乘除法中使用。**加减法中若要替换，必须保留足够阶数的泰勒展开。使用洛必达法则前，每一次都确认仍是未定式。
6. **填空题单独复核最终答案。**由于按最终填写内容判分，做完后应专门检查填入的是不是题目所问的量、形式是否符合要求。
7. **线性代数保持现有节奏。**该部分的分化在累积训练后已明显收敛，继续按现有方式推进即可，重点放在论证的完整陈述而非计算量。

## 6 练习频次与学习进展

### 6.1 练习量与成绩的关系

把分析样本中的学生按提交份数分组，得到表6。

表6 按提交份数分组的得分率

| 提交份数    | 对应答卷数 | 均值    | 中位数   |
|---------|-------|-------|-------|
| 1-2 份   | 35    | 89.1% | 92.7% |
| 3-5 份   | 61    | 83.8% | 87.7% |
| 6-10 份  | 173   | 88.5% | 91.7% |
| 11 份及以上 | 726   | 87.4% | 90.0% |

完成量与得分率之间没有单调关系。提交11份及以上的学生均值为87.4%，与只提交1至2份的89.1%相比反而略低；提交3至5份这一组的均值最低，为83.8%。一种合理的解释是，提交份数少的学生往往选择性地只做了自己有把握的场次，样本本身偏向高分。多做练习的价值不体现在单次得分率上，而体现在覆盖了全部章节、能够暴露出完整的薄弱环节；只做有把握的场次，得到的诊断信息也相应有限。

### 6.2 同一学生的前后变化

对提交6份及以上的62名学生，把各自的答卷按时间分为前后两半，比较平均得分率：26人后半程高于前半程，36人低于或持平；平均变化为-1.7个百分点，中位变化为-1.0个百分点。

这一结果不应直接读作“学生在退步”。各学科的命题安排都是难度递增的：前期为单章基础，后期为综合与累积。在难度上升的前提下，中位变化仅为-1.0个百分点，表明多数学生的能力大体跟上了课程进度。平均降幅略大于中位降幅，说明少数学生在后期出现了幅度较大的下滑，需要对这部分学生单独关注。

## 7 跨学科共性问题

把三门学科的失分记录放在一起观察，有若干问题反复出现，与具体学科内容无关。

### 7.1 同一学生在三门学科之间的表现

三门学科的学生群体高度重叠，因此可以观察同一名学生不同学科上的表现是否一致。对在两门学科中各有三份及以上答卷的学生，比较其各科平均得分率，得到的相关系数为：微观经济学与概率统计0.76（33人），微观经济学与考研数学0.75（38人），概率统计与考研数学0.75（25人）。图7以微观经济学与考研数学这一对为

例给出散点分布。

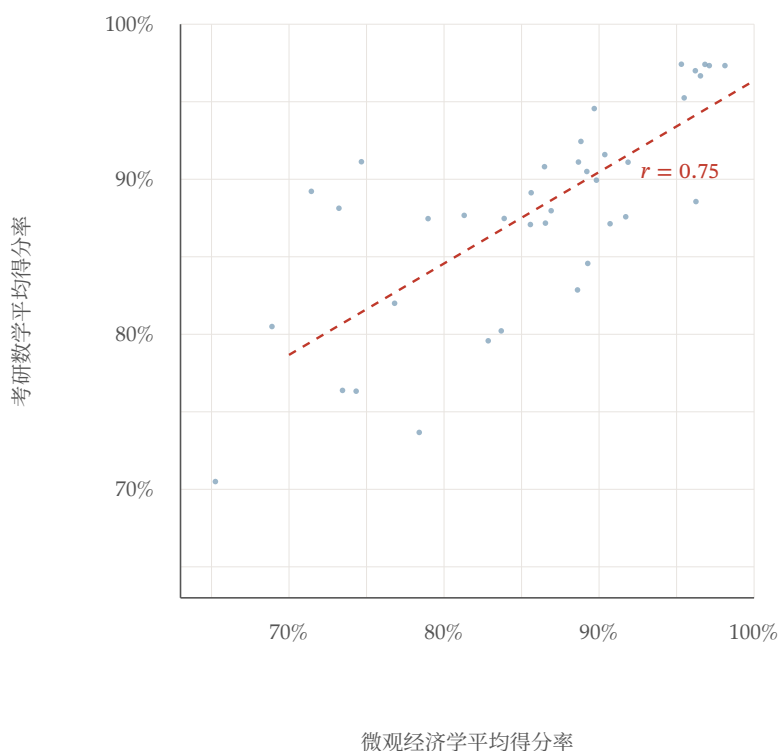


图7 同时修读微观经济学与考研数学的38名学生，各自两科平均得分率的散点分布。虚线为最小二乘拟合线。

三组相关都在0.75上下，属于较强的正相关，散点沿拟合线聚集且没有明显的分层。这说明学生的表现主要由跨学科的通用能力决定，而不是由某一门课程的专门知识决定。结合前文的失分主题分析，这一通用能力的具体内容是清楚的：把依据、条件、步骤与结论完整写出来的能力，在三门学科中同时起作用。

在三门学科中都有三份及以上记录的25名学生里，各科得分率的极差中位数为3.6个百分点，其中16人的极差不足5个百分点。也就是说，多数学生在三门学科上的水平相当接近，不存在明显的偏科。极差超过15个百分点的只有1人。对这名学生而言，落后的那一门确实需要单独的补强计划；而对多数学生来说，与其在学科之间做取舍，不如集中改进那些在三门学科中共同起作用的答题习惯。

## 7.2 只给结果，不给依据

这是本期最普遍的问题，在三门学科都有对应形式：微观经济学是计算完成后不解释经济含义（454条），概率统计是证明跳过支撑集与积分限的说明（110条），考研数学是写出中间结论却不建立推导关系（217条中的相当部分）。

这些表现的共同结构是：学生把“得到正确答案”当作答题目标，而评分标准要求的是“展示得到答案的完整依据”。在解答题中，依据部分通常占该题分值的四分之一到三分之一。

## 7.3 格式不符合题目要求

题目要求以特定形式作答，学生给出了等价但形式不符的答案。典型例子包括：概率统计中要求后验赔率却只给后验概率；考研数学的填空题中间过程正确但最终填写内容不合要求；微观经济学要求“说明变动方向及依据”而学生用数值代入代替求导。

这类失分通常出现在审题与作答格式上，只需调整作答后的核对流程。

## 7.4 分类讨论不穷尽

微观经济学的角点解、概率统计的支撑集分段、考研数学的参数符号与根的个数分类，本质上是同一种能力：识别问题在何处发生结构性变化，并保证分类覆盖全部可能。逐题批改记录中“分支说明不足”“边界情形说明不足”一类记录在三个数理学科中都有出现。

## 7.5 依赖错误的代价被低估

各学科的评分都对依赖错误采取不续给的处理。学生在长推导题中往往一气呵成不做中途检查，一处早期错误会使后续大部分分值失效。数据上，这解释了为什么推导链条最长的一元函数积分学（第 3、4 场）在三门学科中出现了最深的均值下滑。

## 7.6 提交环节的可避免损失

三门学科的 18 份近零分答卷中，绝大多数源于误传文件而非能力不足。这类损失通常可以通过提交前核对避免，但对个人成绩记录的影响与真实的低分无异。

# 8 教学与复习建议

## 8.1 给学生的优先级排序

根据本期数据，提分效率从高到低依次为：

1. **补齐解释与论证部分。**这是三门学科共同的第一大失分来源，且不需要新增知识，只需改变答题习惯。建议在平时练习中把“写出依据”作为与“算出答案”同等的强制步骤。
2. **对齐作答格式。**审题时圈出题目要求的作答形式，作答后逐项核对。这一项只需调整审题与核对流程。
3. **针对本学科的最低点做专项训练。**微观经济学是福利经济学与外部性（第 9 至 11 场），概率统计是多维随机变量的综合应用（第 6 场），考研数学是一元函数积分学（第 3、4 场）。
4. **建立分类讨论与边界检查的固定流程。**遇到角点、支撑集分段、绝对值或参数符号变化时，先列出全部情形并说明分类依据，再逐项求解。
5. **在长推导题中安排中途复核。**推导超过三步时，在中段核对一次模型设定、符号、积分限或支撑集，避免早期错误使后续步骤失效。

## 8.2 给教学安排的建议

1. **在综合卷之前增加过渡训练。**概率统计的数据显示，单章测试与综合测试之间存在 7 至 9 个百分点的稳定落差。建议在综合卷前安排一次跨章节的串联练习，专门训练知识点之间的衔接。
2. **对论证密集的章节调整课堂比重。**微观经济学第 9 至 11 场的连续下滑说明，福利分析、外部性与公共物品的教学需要更多的论证示范，而不是更多的计算练习。
3. **一元函数积分学需要单独的巩固周期。**这是本期唯一出现连续两场下滑并伴随离散度扩大的章节：均值由微分学的 90% 以上降至 83.3% 与 79.1%，标准差由不足 9% 升至 12.0% 与 14.8%。
4. **调整练习频次以匹配实际消化速度。**三门课程同时推进时，每周一次的练习量偏大，学生用于订正与复盘的时间被压缩，而订正恰恰是本报告识别出的主要提分环节。后续可将模拟测试的频次由每周一次改为双周一次，把空出的时间用于讲评与针对性训练，同时保持每场的诊断价值。

# 9 附录：分学科强化训练清单

本附录把前文的分析转化为可执行的训练项。每一项都对应本期数据中已经确认的失分主题，括号内为该主题在逐题批改记录中出现的次数。每项给出做法与自检标准：做法说明训练如何进行，自检标准说明如何判断这一项是否真正做到。

## 9.1 微观经济学

微观经济学的失分高度集中于表达与论证。下列八项训练中，前四项直接针对占全部失分记录一半以上的两类问题，建议优先执行。

### 9.1.1 一、经济含义补写

**针对** 经济解释缺失或不完整（454 条）。

**做法** 每完成一道解答题的计算，在答案下方补写三句话。第一句说明所得条件在描述什么行为，例如“边际替代率等于价格比，意味着消费者在市场交换比率下已无法通过重新配置商品提高效用”。第二句说明该条件为何在此处成立，即用到了哪个假设：偏好的凸性、内点解的存在性、还是约束取紧。第三句说明当关键参数变动时该结论如何移动。

**自检标准** 把这三句话遮住计算过程单独读，仍然能让人明白这道题在讨论什么。如果三句话里出现的全部是

符号而没有经济对象，说明只是把公式换成了文字。

### 9.1.2 二、角点与折点的三问检查

**针对** 预算约束与角点解处理（116 条）。

**做法** 拿到任何最优化问题，动笔之前依次回答三个问题。其一，目标函数在定义域内是否处处可微；完全替代型效用、列昂惕夫型效用与分段线性技术都会给出否定答案。其二，约束集是否存在折点；配给、分段计价、两部收费都会产生折点。其三，是否存在可能取紧的非负约束或配额约束。三问中任意一问为“是”，就必须讨论边界情形，不能直接套用内点一阶条件。

**自检标准** 若答案中只出现一组一阶条件而题目属于上述任一情形，该题的边界讨论必然缺失。对于折点，正确的判据是左右两侧的边际替代率把价格比夹在中间，而不是令导数为零。

### 9.1.3 三、比较静态一律求导

**针对** 比较静态与符号判断（103 条）。

**做法** 先把均衡解整理成参数的显函数，再对目标参数求偏导，最后逐项判断符号。判断符号时，把所依赖的参数假设明确写出，例如“该导数为正，前提是需求弹性大于 1”。

**自检标准** 答案中不应出现“代入  $p = 2$  与  $p = 3$  比较大小”一类论证。数值代入只能说明特定取值下的方向，不构成一般结论；题目要求“说明变动方向并给出依据”时，数值比较不能得到全部分数。

### 9.1.4 四、福利分析五步模板

**针对** 福利与效率论证不完整（155 条）。

**做法** 固定按五步展开。第一步确定基准配置，通常是完全竞争均衡或无政策状态。第二步计算政策实施后的配置。第三步分别给出消费者剩余、生产者剩余与政府收入三项的变化。第四步汇总为总福利变化。第五步指出无谓损失对应哪些本可实现却未实现的交易。政策比较题要求每一种政策各走一遍全部五步。

**自检标准** 第五步是本期最常缺失的一步。若答案只给出了无谓损失的数值而没有说明它对应的交易，这一处不给分。此外，效率判断与分配判断必须分开陈述：“政策使甲受益、乙受损”属于分配评价，不能据此推断“因此不是帕累托最优”。

### 9.1.5 五、博弈题的全过程书写

**针对** 博弈均衡求解不完整（95 条）。

**做法** 按四个环节书写。先明确写出参与人、策略空间与支付。使用严格劣势策略迭代剔除时，逐轮记录本轮剔除了哪个策略、依据是什么。求出均衡后声明其类型：纯策略纳什均衡、混合策略纳什均衡还是子博弈完美均衡。最后验证混合策略中各概率确实落在  $[0, 1]$  内。

**自检标准** 题目要求“求出全部均衡”时，只报告纯策略均衡即为不完整。动态博弈中，仅写出结果而无逆向归纳的分步推导，或未说明所得均衡为何是子博弈完美的，都会失去过程分。

### 9.1.6 六、二阶条件与最优性验证

**针对** 二阶条件与最优性验证（34 条）。

**做法** 在利润最大化、成本最小化与效用最大化题目中，求出一阶条件的解后，补一行说明为何该解是最优而非极小或鞍点：或验证二阶条件，或说明目标函数在可行域上凹、约束集凸。

**自检标准** 多数常规题目中省略这一步不影响最终答案，因此容易养成习惯性遗漏。但当题目明确要求论证最优性，或目标函数并非全局凹时，缺少这一步会直接扣分。判断标准是：题干中是否出现“证明”“说明该解为最优”一类措辞。

### 9.1.7 七、弹性与斜率的口径核对

**针对** 弹性与斜率口径混淆（30 条）。

**做法** 每次写出弹性表达式后，核对三件事：分子分母是否都用了变化率而非变化量；点弹性的分母用的是该点的取值而非区间端点；需求曲线的斜率与弹性并非同一概念，斜率不变的线性需求曲线上弹性沿曲线变化。

### 9.1.8 八、外部性与公共品的工具对照

**针对** 外部性与公共品（13 条）。

**做法** 整理一张工具对照表，横向列出庇古税、科斯谈判、数量管制、可交易许可证与直接提供五种工具，纵

向列出各自的适用前提、信息要求、效率结果与分配结果，遇到题目先定位属于哪一格。

## 9.2 概率统计

概率统计的失分分布比微观经济学均匀，且分属三种不同性质：执行准确性、表达规范性与概念理解。下列八项按这三类组织。

### 9.2.1 一、末步合理性检查

**针对** 矩与方差计算（123 条）。

**做法** 每完成一项计算，用三条判据快速核对：方差与二阶中心矩必须非负；概率必须落在  $[0, 1]$  内；密度函数在全空间上的积分必须为 1。此外，可用一个特例或量纲检验结果，例如令参数取边界值看结果是否退化为已知情形。

**自检标准** 本期的方差类失分中，多数并非概念错误，而是推导正确、最后一步代入相减时算错。逐题批改记录中反复出现“方差末步算术错误”一类记录。这类失分完全可以由上述检查消除。

### 9.2.2 二、支撑集与首尾书写

**针对** 证明步骤完整性（110 条）。

**做法** 把每道分布类题目的书写固定为三段。开头写清支撑集与分段结构，即在哪些区间上取何种表达式、其余区间取零。中间给出积分限或求和范围的确定依据，特别是积分区域非矩形时，积分限本身就是给分点。结尾回到题目最初的提问，并写清所得分布的参数取值。

**自检标准** 求出密度或分布函数后，检查是否写了“其余情形为零”，以及是否验证了全空间积分为 1。逐题批改记录中“支撑集论证不完整”是重复出现的扣分项。

### 9.2.3 三、独立性的前置声明

**针对** 独立性判断（45 条）。

**做法** 凡要使用  $\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$  或  $E(XY) = E(X)E(Y)$ ，先在草稿上写出“因为  $X$  与  $Y$  独立”并指明依据；若无法给出依据，改为保留协方差项的完整写法。

**自检标准** 注意“不相关”不等于“独立”。协方差为零只在联合正态等特定情形下等价于独立。验证独立性时，需要在全部支撑集上验证联合密度等于两个边际密度之积，只检查若干特定取值点不构成证明。

### 9.2.4 四、边际、联合与条件的三问

**针对** 边际、联合与条件口径（102 条）。

**做法** 处理多维问题时，每一步都明确回答三个问题：当前手上的是联合分布、边际分布还是条件分布；下一步要得到的是哪一种；从前者到后者需要对哪个变量做积分或求和。把这三个问题写在草稿的显眼位置，避免中途串用。

**自检标准** 常见错误是把联合密度当作边际密度直接使用，或在计算条件期望时对了变量积分。离散与连续混合的情形中，还需注意求和与积分不能混用。

### 9.2.5 五、分布识别卡片

**针对** 分布识别与参数设定（75 条）。

**做法** 为每个常用分布制作一张卡片，正面写该分布在文字描述中的典型触发语（“首次成功”“单位时间内的到达次数”“等可能地取点”），背面写参数含义、期望与方差、以及与其他分布的关系。做题时先尝试识别，识别不出再从头构造。

**自检标准** 若一道题的推导长度明显超出预期，通常意味着漏掉了可用的标准分布。此外，写出分布后要核对参数位置，例如二项分布的  $n$  与  $p$  不能互换；使用泊松近似时须说明近似成立的条件。

### 9.2.6 六、二维积分先画图

**针对** 积分区域与变量变换（27 条）。

**做法** 确定积分限之前，先把支撑集画出来并标明各条边界的方程，再决定积分次序，最后写出积分限。这一步通常不超过一分钟。

**自检标准** 支撑集为三角形、圆域或由不等式隐含定义时最容易出错。变量变换题中，还需检查雅可比行列式是否漏乘、是否取了绝对值。

### 9.2.7 七、跨章串联练习

**针对** 单章测试与综合测试之间 7 至 9 个百分点的稳定落差。

**做法** 每两章结束后，做一次专门的跨章节练习。练习时强制按顺序完成四个动作：识别问题结构、写出联合或边际分布、完成条件化、计算所需的矩。四个动作各自单独可能都不难，落差产生于把它们串起来的环节。

**自检标准** 若在单章练习中表现良好而在综合练习中明显下降，说明问题出在识别环节而非计算环节，应增加“只做识别不做计算”的专项练习。

### 9.2.8 八、作答格式对齐

**针对** 会做但格式不符导致的失分。

**做法** 审题时圈出题目要求的作答形式，作答完成后逐项核对。题目要求以后验赔率形式给出结论，就写成赔率而不是概率；要求判断收敛类型，就明确写出是依概率收敛还是依分布收敛；要求给出区间，就写成区间。

**自检标准** 本期逐题批改记录中“缺后验赔率形式”出现 8 次，属于典型的能力已具备而格式不符。这类失分的改进成本几乎为零。

## 9.3 考研数学

考研数学的失分以证明题为核心，同时受到依赖错误规则的放大。下列八项中，前三项针对证明与分类讨论，第四项针对长推导题的稳定性。

### 9.3.1 一、辅助函数构造专项

**针对** 中值定理与证明题（217 条），是本学科最集中的困难。

**做法** 把训练拆成两步。第一步只练构造，不写完整证明：拿对待证等式，把它改写成某个函数在两个端点取相同值、或某个函数的导数为零的形式，然后写下“应对函数  $F(x) = \dots$  使用罗尔定理”。每天完成五到八道，只写这一行。第二步再练完整书写。

**自检标准** 第一步的训练目标是把构造时间压缩到一分钟以内。若拿到题目后仍需长时间尝试，说明尚未建立待证形式与函数构造之间的对应关系。

### 9.3.2 二、证明链闭合检查

**针对** 证明过程中中间结论之间缺少推导关系。

**做法** 写完证明后，逐行检查相邻两行之间是否存在明确的推导关系：是由前一行代入得到，还是使用了某个定理，还是引入了新的假设。同时确认结尾一行回到了待证命题本身。

**自检标准** 逐题批改记录中“证明链未闭合”多次出现，指的是学生写出了若干正确的中间结论，但这些结论之间没有推导关系，或最后一步没有回到待证命题。这类答卷只能按已建立的中间步骤给部分分。

**附带要求** 使用定理前须逐条陈述其条件：中值定理要求函数在闭区间上连续、开区间内可导；积分中值定理要求被积函数连续。这些条件的陈述本身就是给分点。

### 9.3.3 三、分支讨论五类清单

**针对** 分支说明不足（逐题批改记录中相关记录二十余次）。

**做法** 遇到以下五类情形，一律先列出全部分支并说明分类依据穷尽，再逐支求解：含绝对值；参数符号未定；根的个数依赖参数；分段函数；区间端点需单独处理。列分支时在草稿上编号，求解后逐号核对是否都已处理。

**自检标准** 常见问题不是不会讨论，而是只讨论了其中一种情形，或讨论了多种情形却未说明分类是否穷尽。后者同样扣分。

### 9.3.4 四、长推导题的中途复核

**针对** 计算准确性（100 条）与依赖错误的连带损失。

**做法** 推导超过三步的题目，在第二步或第三步处停下来，专门验算符号与端点代入，然后再继续。不要等全部算完再从头检查。

**自检标准** 各学科的评分都对依赖错误采取不续给的处理：某一步算错后，凡依赖该错误结果的后续步骤不再给分。因此前段的一处错误代价远高于末段。这一规则解释了为什么推导链条最长的一元函数积分学出现了本期最深的均值下滑。

### 9.3.5 五、积分方法的事前判定

**针对** 积分技巧与积分区域（74 条）。

**做法** 动笔之前先判断采用哪一种方法：换元、分部、有理函数分解还是利用对称性。判定完成后再计算。换元时必须同步写出积分限的变化，不能算完再回头补。

**自检标准** 求导有固定法则可循，求积分则需要方法选择。学生在方法选择上的犹豫，往往表现为选了一条可行但冗长的路径，进而在冗长计算中出错。若某道积分题的计算长度明显超出同类题目，应当停下来重新判断方法。

**附带要求** 二重积分需先画出积分区域再决定积分次序；求闭区域上的最值时，候选点必须同时包含内部驻点与边界上的点，逐题批改记录中“闭区域候选来源”一类记录说明边界情形常被遗漏。

### 9.3.6 六、等价无穷小与洛必达的使用边界

**针对** 极限与等价无穷小（63 条）。

**做法** 等价无穷小替换限定在乘除法中使用。加减法中若要替换，必须保留足够阶数的泰勒展开，否则结果会与正确答案相差一个常数。每次使用洛必达法则之前，确认当前仍为未定式。

**自检标准** 若一个极限的计算结果与预期相差一个常数或一个数量级，首先检查是否在加减法中做了不当替换。求斜渐近线时，先求斜率再求截距，截距的极限处理是本期反复出错的位置。

### 9.3.7 七、填空题的最终答案复核

**针对** 步骤书写规范（46 条）。

**做法** 填空题按最终填写的内容判分，中间过程正确但最终填写错误不给分。做完后专门检查两件事：填入的是不是题目所问的那个量；形式是否符合题目要求。

**自检标准** 这一项与知识掌握无关，纯粹是作答习惯，改进成本极低。另一方面，评分对等价写法采取宽容口径：只要数学内容正确，表达形式的差异不影响得分，因此不必为了向参考答案的形式看齐而改写已经正确的结果。

### 9.3.8 八、线性代数的论证完整陈述

**针对** 线性代数结构（34 条）。

**做法** 线性代数部分的失分比重明显低于高等数学，训练重点应放在论证的完整陈述而非计算量。具体包括三处：向量组线性相关性的论证需给出定义或秩的依据；特征值的重数与线性无关特征向量个数之间的关系需明确说明；二次型正定的判别条件需完整陈述，不能只写出结论。

## 10 结语

截至 2026 年 8 月 30 日，微观经济学、概率统计与考研数学三门学科共完成 1029 份答卷的逐题批改与个性化反馈。在剔除极端低分卷后的分析样本中，三门学科的中位得分率均在 89% 以上，学生对主体内容的掌握较为稳定；差距主要出现在各学科内部的少数章节，而不是学科之间。

各学科的失分记录进一步把改进方向落实到答题过程：微观经济学有 454 条经济解释缺失，概率统计有 110 条证明不完整，考研数学有 217 条证明与分支问题。三类问题的具体形式不同，但都要求学生把依据、条件、步骤与表达补充完整。

后续的作业与模拟测试将继续保持逐题批改与个性化反馈的标准，并根据本报告识别出的薄弱环节调整命题与讲评的重心；练习频次也将结合学生的实际完成节奏作出调整。各科课程尚未结束，本报告的判断将随后续场次的数据更新。